

LÖSUNGEN ZUR ÜBUNG

# Regelung leistungselektronischer Systeme

von

M.Sc. Benedikt Schmitz-Rode

# Inhaltsverzeichnis

1	Drehzahlgeregelte Gleichstrommaschine	2
2	Stromeinprägung	17
3	Synchronmaschine	23
4	Asynchronmaschine	30
5	Rotorwinkelidentifikation einer permanentmagneterregten Synchronmaschine	35
6	Kompensationsstromwandler	41
7	Resolver	44

## **Vorwort**

Fehler, Verbesserungen und konstruktive Hinweise können gerne an folgende Adresse gesendet werden: [schmitz-rode@kit.edu](mailto:schmitz-rode@kit.edu)

# 1 Tiefsetzsteller (TSS)

## 2 Drehzahlgeregelte Gleichstrommaschine

### a) Schaltbild

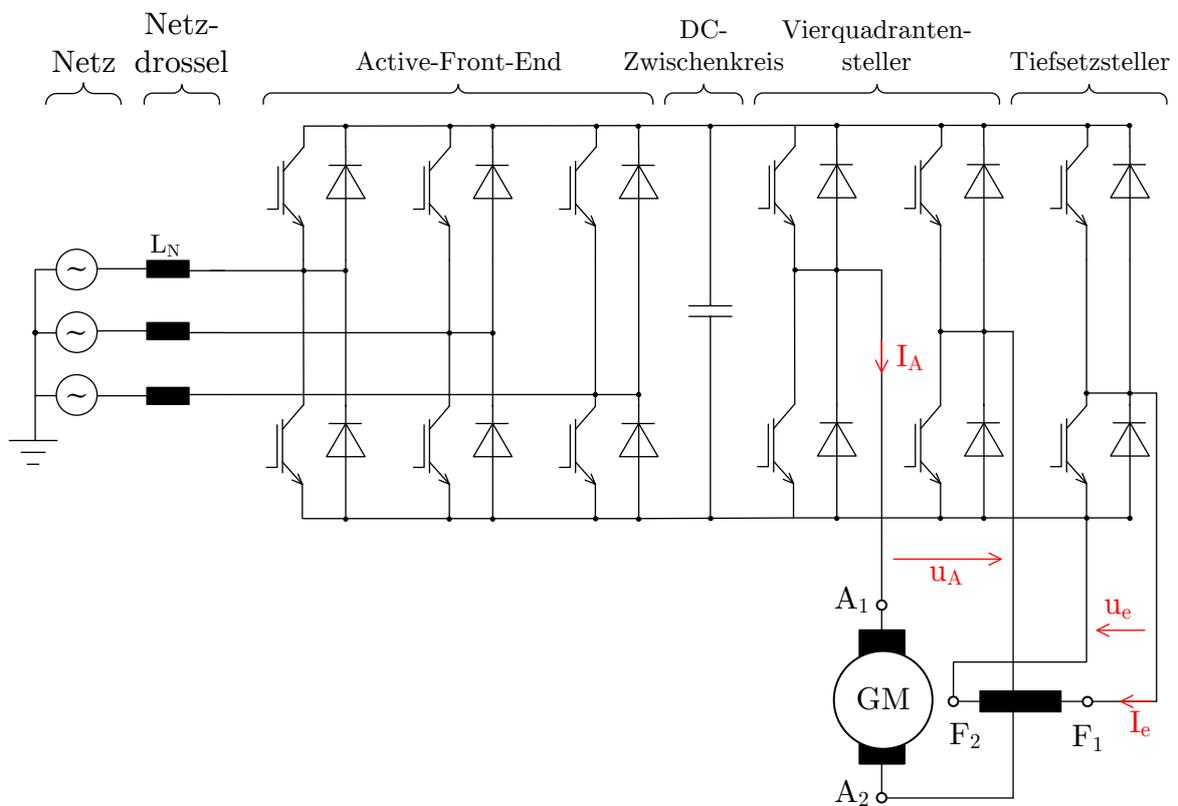


Abbildung 1: Speisung einer Gleichstrommaschine durch ein Active-Front-End

Der Erregerstrom  $I_e$  wird im Grunddrehzahlbereich auf den konstanten Nennwert  $I_{eN}$  geregelt, welcher den Nennfluss  $\phi_N$  erzeugt. Die Auslegung des Erregerstromregler wird hier nicht behandelt, kann jedoch analog zum Ankerregler erfolgen.

### b) Modellgleichung der Gleichstrommaschine

$$u_A = R_A \cdot i_A + L_A \cdot \dot{i}_A + c\phi \cdot \Omega \quad (2.1)$$

$$M_i = c\phi \cdot i_A \quad (2.2)$$

$$M_i - M_L = J_M \cdot \dot{\Omega} \quad (2.3)$$

zum Zeichnen umformen:

$$\dot{i}_A = \frac{1}{L_A} \cdot (u_A - R_A \cdot i_A - c\phi \cdot \Omega) \quad (2.4)$$

$$\dot{\Omega} = \frac{1}{J_M} \cdot (M_i - M_L) = \frac{1}{J_M} \cdot (c\phi \cdot i_A - M_L) \quad (2.5)$$

Strukturbild:

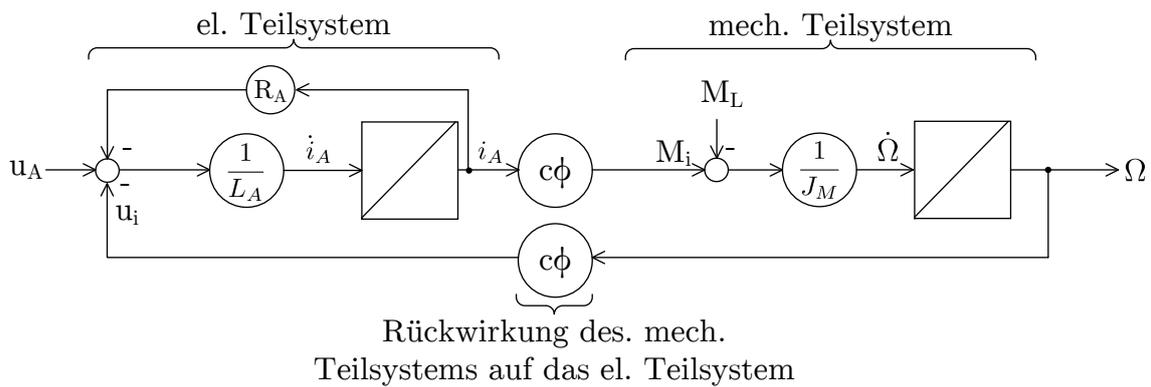


Abbildung 2: Strukturbild Antrieb

Übertragungsfunktion:

$$s \cdot i_A = -\frac{1}{T_A} \cdot i_A - \frac{c\phi}{L_A} \Omega + \frac{1}{L_A} \cdot u_a \quad \text{mit:} \quad T_A = \frac{L_A}{R_A} \quad (2.6)$$

$$s \cdot \Omega = \frac{c\phi}{J_M} \cdot i_A - \frac{1}{J_M} \cdot M_L \quad (2.7)$$

(1.7) nach  $\Omega$  auflösen und in (1.6) einsetzen:

$$s \cdot i_A = -\frac{1}{T_A} \cdot i_A - \frac{c\phi}{L_A} \cdot \frac{c\phi}{J_M} \cdot i_A \cdot \frac{1}{s} + \frac{c\phi}{L_A} \cdot \frac{1}{J_M} \cdot M_L \cdot \frac{1}{s} + \frac{1}{L_A} \cdot u_A \quad (2.8)$$

$$\Rightarrow i_A = \frac{\frac{c\phi}{L_A} \cdot \frac{1}{J_M} \cdot M_L \cdot \frac{1}{s} + \frac{1}{L_A} \cdot u_A}{s + \frac{1}{T_A} + \frac{(c\phi)^2}{J_M \cdot L_A} \cdot \frac{1}{s}} \quad (2.9)$$

$$i_A = \frac{\frac{M_L}{c\phi} + \frac{J_M}{(c\phi)^2} \cdot s \cdot u_A}{\frac{J_M \cdot L_A}{(c\phi)^2} \cdot s^2 + \frac{J_M \cdot R_A}{(c\phi)^2} \cdot s + 1} \quad (2.10)$$

elektromechanische Zeitkonstante:  $T_M = \frac{J_M \cdot R_A}{(c\phi)^2}$

$$i_A = \frac{\frac{M_L}{c\phi} + \frac{T_M}{R_A} \cdot s \cdot u_A}{T_M \cdot T_A \cdot s^2 + T_M \cdot s + 1} \quad (2.11)$$

Zahlenwerte der Maschinenkonstanten

Ankerkreiszeitkonstante:  $T_A = \frac{L_A}{R_A} = \frac{10mH}{750m\Omega} = 13,3ms \quad (2.12)$

Elektromechanische Zeitkonstante:  $T_M = \frac{J_M \cdot R_A}{(c\phi)^2} \quad (2.13)$

$c\phi$  aus Nennarbeitspunkt:  $U_{AN} = R_A \cdot I_{AN} + c\phi \cdot \Omega_N \quad (2.14)$

$$\rightarrow c\phi = \frac{U_{AN} - R_A \cdot I_{AN}}{\Omega_N} = 1,27Vs \quad , \quad \Omega_N = n_N \cdot \frac{2\pi}{60 \frac{s}{min}} \quad (2.15)$$

$$\rightarrow T_M = \frac{0,15Ws^3 \cdot 750m\Omega}{(1,27Vs)^2} = 69,9ms \quad (2.16)$$

Verhältnis der Zeitkonstanten:  $T_M \approx 5 \cdot T_A$

Induzierte Spannung als Störgröße in (1.6) einsetzen:  $u_i = c\phi \cdot \Omega$ , weil  $\Omega$  sich nur langsam verändern kann.

$$s \cdot i_A = -\frac{1}{T_A} \cdot i_A + \frac{1}{L_A} \cdot u_A - \frac{u_i}{L_A} \tag{2.17}$$

$$\rightarrow i_A = \frac{\frac{1}{L_A} \cdot u_A - \frac{1}{L_A} \cdot u_i}{s + \frac{1}{T_A}} = \frac{\frac{1}{R_A} \cdot u_A - \frac{1}{R_A} \cdot u_i}{T_A \cdot s + 1} \tag{2.18}$$

Vergleich der Übertragungsfunktionen

Ausführliches Führungsverhalten ( $M_L$  ist Störgröße):

$$\frac{i_A}{u_A} = \frac{T_M}{R_A} \cdot \frac{s}{T_M \cdot T_A \cdot s^2 + T_M \cdot s + 1} = \frac{1}{R_A} \cdot \frac{1}{1 + T_A \cdot s + \underbrace{\frac{1}{T_M \cdot s}}_X} \tag{2.19}$$

Für hohe Frequenzen ( $s = j\omega$ ) wird der Term X klein und kann vernachlässigt werden. Für den schnellen Stromregler ergibt sich:

$$\frac{i_A}{u_A} = \frac{1}{R_A} \cdot \frac{1}{1 + T_A \cdot s} \tag{2.20}$$

**c) Stromregelkreis mit einfacher Strecke und  $u_i$  als Störgröße**

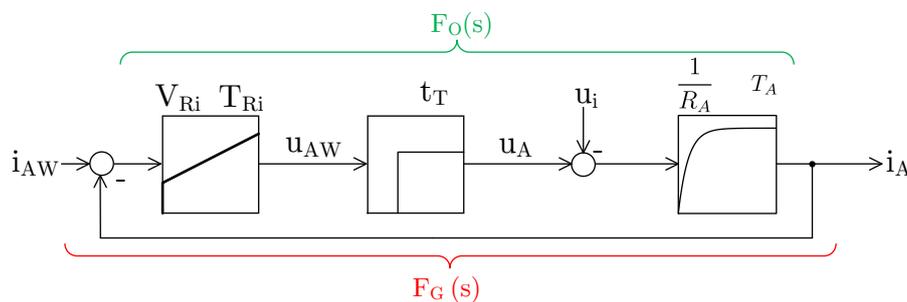


Abbildung 3: Stromregelkreis mit  $u_i$  als Störgröße

$$\text{Maschine:} \quad \frac{i_A}{u_A} = \frac{1}{R_A} \cdot \frac{1}{1 + T_A \cdot s} = G_S(s) \quad (2.21)$$

$$\text{Umrichtertotzeit:} \quad e^{-s \cdot t_{TSG}} \quad (2.22)$$

$$\text{Rechentotzeit} \quad e^{-s \cdot t_{TR}} \quad (2.23)$$

$$\text{gesamte Totzeit} \quad e^{-s \cdot t_T} = e^{-s \cdot t_{TR}} \cdot e^{-s \cdot t_{TSG}} \quad (2.24)$$

Näherung als  $PT_1$ -Glied:

$$t_T = t_{TSG} + t_{TR} = \frac{3}{2} \cdot t_{TR} \quad (2.25)$$

$$e^{-s \cdot t_T} = \frac{1}{e^{s \cdot t_T}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1!} \cdot s \cdot t_T + \frac{1}{2!} \cdot (s \cdot t_T)^2 + \dots} \approx \frac{1}{1 + t_T \cdot s} = G_T(s) \quad (2.26)$$

Regler:

Im stationären Betrieb bestimmt die Störgröße  $u_i$  zum größten Teil die Stellgröße  $u_A$ . Daher muss ein Regler die Fähigkeit haben, diese stationär auszugleichen. Ohne I-Anteil im Regler muss das der übergeordnete Regelkreis tun.

$$\text{PI-Regler: } F_R(s) = V_{RI} \cdot \frac{1 + T_{Ri} \cdot s}{s \cdot T_{Ri}} = V_{Ri} \left( 1 + \frac{1}{T_{Ri} \cdot s} \right) \quad (2.27)$$

Für den offenen Regelkreis  $F_O(s)$  gilt dann:

$$F_O(s) = F_R(s) \cdot G_T(s) \cdot G_S(s) \quad (2.28)$$

$$= \frac{V_{Ri}}{s \cdot T_{Ri}} (1 + s \cdot T_{Ri}) \cdot \frac{1}{1 + t_T \cdot s} \cdot \frac{1}{R_A} \cdot \frac{1}{1 + T_A \cdot s} \quad (2.29)$$

Die Ankerkreiskonstante  $T_A$  kann durch die Nachstellzeit  $T_{Ri}$  kompensiert werden:

$$T_{Ri} = T_A$$

geschlossener Regelkreis  $F_G(s)$ :

$$F_G(s) = \frac{F_O(s)}{1 + F_O(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_O(s)}} \quad (2.30)$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{T_{Ri} \cdot R_A}{V_{Ri}} \cdot s + \frac{T_{Ri} \cdot R_A \cdot t_T}{V_{Ri}} \cdot s^2} \Rightarrow PT_2 - \text{Glieder} \quad (2.31)$$

Vergleich mit allgemeiner Übertragungsfunktion des  $PT_2$ -Glieder:

$$\stackrel{!}{=} \frac{1}{1 + \frac{2d}{\omega_0} \cdot s + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot s^2} \quad (2.32)$$

Kennwerte des  $PT_2$ -Verhalten des geschlossenen Regelkreises

$$\text{Resonanzfrequenz: } \omega_0 = \sqrt{\frac{V_{Ri}}{R_A \cdot t_T \cdot T_{Ri}}} \quad (2.33)$$

$$(2.34)$$

$$\text{Dämpfung: } d = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{V_{Ri}}{R_A \cdot t_T \cdot T_{Ri}}} \cdot \frac{R_A}{V_{Ri}} \cdot T_{Ri} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{R_A \cdot T_{Ri}}{V_{Ri} \cdot t_T}} \quad (2.35)$$

Dämpfung soll  $d = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}$  sein. Dies ergibt sich aus der Forderung, dass sich der Amplitudengang für möglichst hohe  $s = j\omega$  an die  $|1|$ -Betragskennlinie (0dB-Linie) annähert.  
 → Betragsoptimum

Jetzt kann auch der Parameter  $V_{Ri}$  festgelegt werden:

$$d = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{R_A \cdot T_{Ri}}{V_{Ri} \cdot t_T}} \rightarrow V_{Ri} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_A \cdot T_{Ri}}{t_T} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_A \cdot T_A}{t_T} \quad (2.36)$$

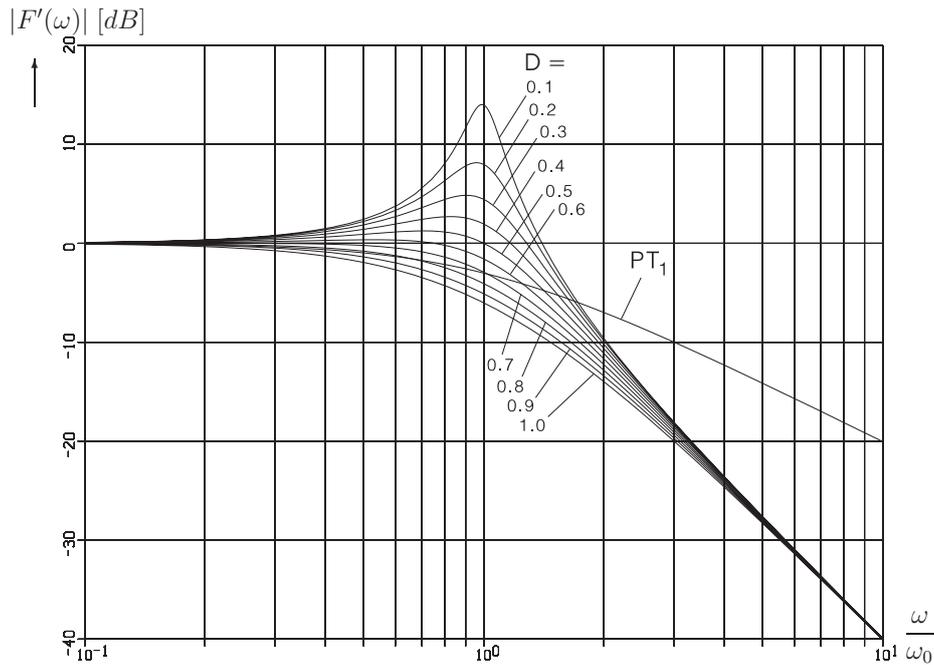


Abbildung 4: (Quelle: Schröder, Regelung elektrischer Antriebe) Amplitudengang für verschiedene Dämpfungen  $D$

Zahlenwerte:

$$T_{Ri} = T_A = 13,3ms$$

$$t_T = t_{TR} + t_{TSG} = \frac{3}{2} \cdot t_{TR} = 187,5\mu s$$

$$V_{Ri} = \frac{R_A \cdot T_A}{2 \cdot t_T} = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,75\Omega \cdot 13,3ms}{187,5\mu s} = 26,6\Omega = 26,6 \frac{V}{A}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{V_{Ri}}{R_A \cdot t_T \cdot T_{Ri}}} = \sqrt{\frac{26,6\Omega}{0,75\Omega \cdot 187,5\mu s \cdot 13,3ms}} = 3771,2Hz$$

Ersatzzeitkonstante des Stromregelkreises für die Auslegung des Drehzahlregelkreises.

$$F_{\sigma n} = \frac{1}{1 + \frac{2d}{\omega_0} \cdot s + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot s^2} = \frac{1}{1 + 2 \cdot t_T \cdot s + 2t_T^2 \cdot s^2} \quad (2.37)$$

$$\approx \frac{1}{\underbrace{1 + 2 \cdot t_T \cdot s}} \quad (2.38)$$

Näherung für kleine Frequenzen  $s = j\omega$

$\Rightarrow$  Ersatzzeitkonstante  $T_{\sigma n} = 2 \cdot t_T = 375 \mu s$

### d) Nachweis stat. Genauigkeit mit Endwertsatz

System mit Einheitssprung anregen:

$$\sigma(t) = 1 \quad \circ \text{---} \bullet \quad \mathcal{L}(\sigma(t)) = \frac{1}{s} \quad (2.39)$$

Endwertsatz allgemein:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) \quad (2.40)$$

Anwendung auf den vereinfachten geschlossenen Regelkreis:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) * \sigma(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F_G(s) \cdot \frac{1}{s} \stackrel{!}{=} 1 \quad (2.41)$$

Der geschlossene Regelkreis soll dem Sollwert erreichen.

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot d}{\omega_0} \cdot s + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot s^2} = 1 \quad (2.42)$$

$\Rightarrow$  stationär genau!

Anwendung auf das ausführliche Momentenmodell:

$$F_{O_i}(s) = \underbrace{V_{Ri} \cdot \frac{1 + T_{Ri} \cdot s}{s}}_{\text{Regler}} \cdot \underbrace{\frac{T_M}{R_A} \cdot \frac{s}{1 + T_M \cdot s + T_M T_A \cdot s^2}}_{\text{Maschinenmodell}} \cdot \underbrace{e^{-st}}_{\text{Totzeit}} \quad (2.43)$$

$$F_{G_i}(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_{O_i}(s)}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{V_{Ri}} \cdot \frac{1}{1 + T_{Ri} \cdot s} \cdot \frac{R_A}{T_M} \cdot (1 + T_M \cdot s + T_M T_A \cdot s^2) \cdot e^{-st}} \quad (2.44)$$

Anwendung des Endwertsatzes:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) * \sigma(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F_{G_i}(s) \cdot \frac{1}{s} \neq 1 \quad (2.45)$$

⇒ nicht stationär genau!

Stationäre Genauigkeit nur möglich wenn  $F_O(s)$  integrierend!

⇒ Überlagerter Regelkreis muss stationäre Genauigkeit herstellen!

## e) Drehzahlregelkreis

Mechanisches System:

$$M_{res}(t) = J_M \cdot \dot{\Omega}(t) \quad \circ \bullet \quad \frac{\Omega(s)}{M_{res}(s)} = \frac{1}{J_M} \cdot \frac{1}{s} \quad (2.46)$$

Stellglied: Ersatz PT1-Glied aus c)

$$F_{\sigma n}(s) = \frac{i_A}{i_{AW}} = \frac{1}{1 + T_{\sigma n} \cdot s} \quad (2.47)$$

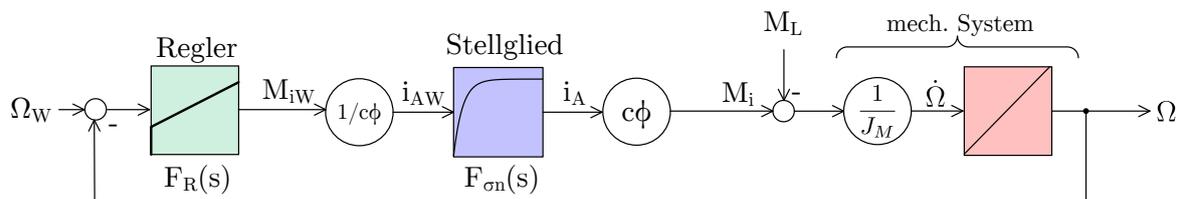


Abbildung 5: Drehzahlregelkreis

Störverhalten des Regelkreises:

$$\Omega(s) = -M_L(s) \cdot \frac{1}{J_M} \cdot \frac{1}{s} - \Omega(s) F_R(s) \cdot F_{\sigma n}(s) \cdot \frac{1}{J_M} \cdot \frac{1}{s} \quad (2.48)$$

$$F_{GS}(s) = \frac{\Omega}{M_L} = \frac{-\frac{1}{J_M} \cdot \frac{1}{s}}{1 + F_R(s) \cdot F_{\sigma n}(s) \cdot \frac{1}{J_M} \cdot \frac{1}{s}} \quad (2.49)$$

$$= -\frac{1}{J_M} \cdot \frac{1}{F_R(s) \cdot F_{\sigma n}(s) \cdot \frac{1}{J_M} + s} \quad (2.50)$$

Störgröße soll bei  $t \rightarrow \infty$  keinen Einfluss mehr auf den Ausgang haben!

$$\text{Störgrößensprung: } \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F_{GS}(s) \cdot \frac{1}{s} = 0 \quad (2.51)$$

$$\Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} F_R(s) \cdot F_{\sigma n}(s) \cdot \frac{1}{J_M} = \infty \quad (2.52)$$

$F_R(s)$  benötigt einen  $\frac{1}{s}$ -Faktor damit (1.51) erfüllt wird.

$$\Rightarrow \text{PI-Regler: } F_R(s) = V_{Rn} \cdot \frac{1 + T_{Rn} \cdot s}{T_{Rn} \cdot s} \quad (2.53)$$

Führungsverhalten mit PI-Regler:

$$F_O(s) = \frac{V_{Rn}}{T_{Rn}} \cdot \frac{1}{J_M} \cdot \frac{1 + T_{Rn} \cdot s}{1 + T_{\sigma n} \cdot s} \cdot \frac{1}{s^2} \quad (2.54)$$

doppelt integrierendes Verhalten  $\Rightarrow$  instabil, da Pole von  $F_O(s)$  nicht negativ sind.

Jedoch stabiles Verhalten möglich, wenn bei der Durchtrittsfrequenz abschnittsweise Phasenvordrehung erweicht werden kann.

Betrachten der einzelnen Glieder im Amplitudengang:

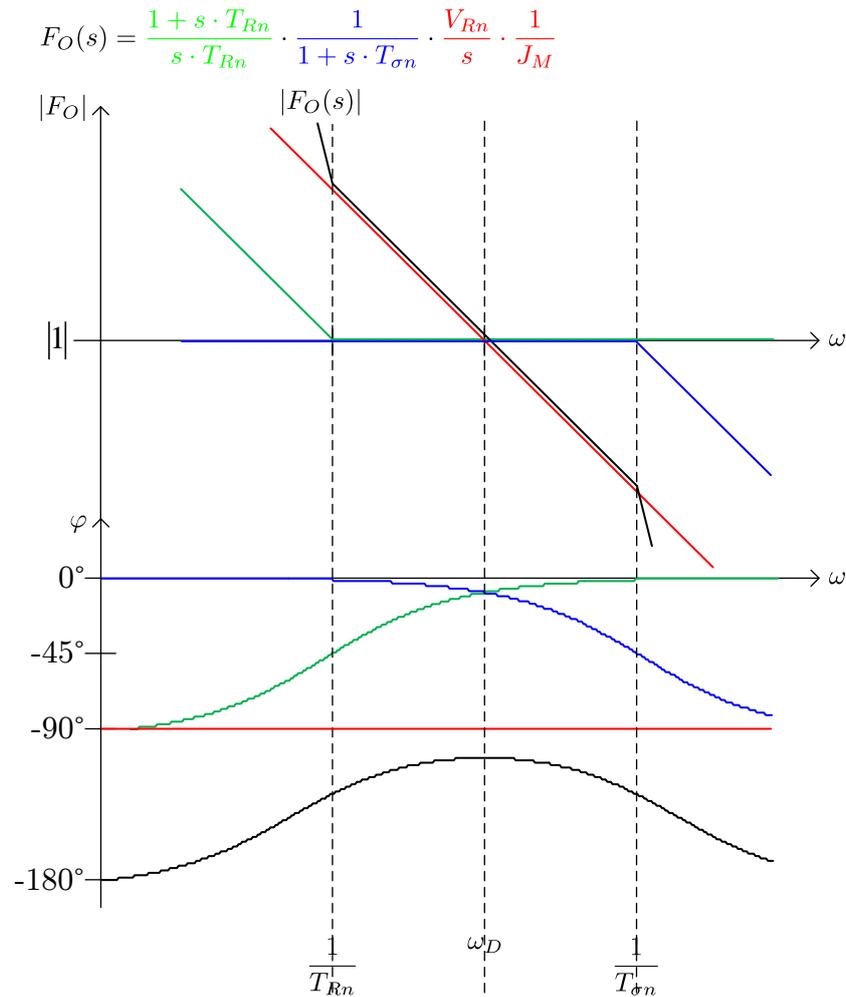


Abbildung 6: Amplitudengang des offenen Regelkreises

Damit die Durchtrittsfrequenz im Maximum der Phasenerhöhung liegt, sollte sie (auf der logarithmischen Skala) in der Mitte der beiden Eckfrequenzen liegen.

$$\text{Geometrisches Mittel: } \omega_D = \sqrt{\frac{1}{T_{Rn}} \cdot \frac{1}{T_{\sigma n}}} \quad (2.55)$$

Betrag bei der Durchtrittsfrequenz  $\omega_D$ :

$$|F_O(j\omega_D)| = \frac{V_{Rn}}{T_{Rn} \cdot J_M} \cdot \frac{1}{\omega_D^2} \cdot \frac{\sqrt{1 + T_{Rn}^2 \omega_D^2}}{\sqrt{1 + T_{\sigma n}^2 \omega_D^2}} \stackrel{!}{=} 1 (\cong 0\text{dB}) \quad (2.56)$$

nach  $V_{Rn}$  umstellen:

$$V_{Rn} = T_{Rn} \cdot J_M \cdot \omega_D^2 \cdot \frac{\sqrt{1 + T_{\sigma n}^2 \omega_D^2}}{\sqrt{1 + T_{Rn}^2 \omega_D^2}} \quad (2.57)$$

(1.55) einsetzen:

$$V_{Rn} = T_{Rn} \cdot J_M \cdot \frac{1}{T_{Rn} \cdot T_{\sigma n}} \cdot \frac{\sqrt{1 + T_{\sigma n}^2 \frac{1}{T_{Rn} \cdot T_{\sigma n}}}}{\sqrt{1 + T_{Rn}^2 \cdot \frac{1}{T_{Rn} \cdot T_{\sigma n}}}} \quad (2.58)$$

$$V_{Rn} = \frac{J_M \cdot \sqrt{1 + \frac{T_{\sigma n}}{T_{Rn}}}}{T_{\sigma n} \cdot \sqrt{1 + \frac{T_{Rn}}{T_{\sigma n}}}} \quad (2.59)$$

Wahl von  $T_{Rn}$  ist Ermessenssache:

$\frac{1}{T_{Rn}}$  nahe bei  $\frac{1}{T_{\sigma n}}$   $\rightarrow$  schwach gedämpft, schnell  
 $\frac{1}{T_{Rn}}$  klein gegenüber  $\frac{1}{T_{\sigma n}}$   $\rightarrow$  stark gedämpft, langsam

Verhältnis  $T_{Rn}$  zu  $T_{\sigma n}$  allgemein:

$$\boxed{T_{Rn} = a^2 \cdot T_{\sigma n} \quad a > 1} \quad (2.60)$$

$$V_{Rn} = \frac{J_M \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{a^2}}}{T_{\sigma n} \cdot \sqrt{1 + a^2}} = \frac{J_M \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{a^2}}}{T_{\sigma n} \cdot a \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{a^2}}} \quad (2.61)$$

$$\boxed{V_{Rn} = \frac{J_M}{T_{\sigma n} \cdot a}} \quad (2.62)$$

Standardeinstellung aus der Literatur:

$$T_{Rn} = 4 \cdot T_{\sigma n} = a^2 \cdot T_{\sigma n} \Rightarrow a = 2 \quad (2.63)$$

In der Praxis wird oft  $a > 2$  gewählt, um eine bessere Dämpfung zu erreichen. Zahlenwerte für  $a = 2$ :

$$\begin{aligned}
 T_{\sigma n} &= 375 \mu s \text{ aus c)} \\
 T_{Rn} &= 4 \cdot T_{\sigma n} = 1,5 ms \\
 V_{Rn} &= \frac{J_M}{T_{\sigma n} \cdot a} = \frac{0,15 W s^3}{2 \cdot 375 \mu s} = 200 W s^2 = 200 Nm s = 200 \frac{Nm}{s^{-1}}
 \end{aligned}$$

Problem: großes Überschwingen bei Führungsgrößenprung!

Betrachtung Führungsgrößenübertragungsfunktion mit Regler

$$F_{GV}(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_O}} = \frac{1}{1 + \frac{T_{Rn} \cdot J_M}{V_{Rn}} \cdot \frac{1 + T_{\sigma n} \cdot s}{1 + T_{Rn} \cdot s} \cdot s^2} \quad (2.64)$$

$$= \frac{1 + T_{Rn} \cdot s}{1 + T_{Rn} \cdot s \cdot \frac{T_{Rn} \cdot J_M}{V_{Rn}} \cdot s^2 + \frac{T_{Rn} \cdot J_M}{V_{Rn}} \cdot T_{\sigma n} \cdot s^3} \quad (2.65)$$

Zählerterm sorgt für Überschwinger. Kompensation durch PT1-Glied im Sollwertpfad:

$$F_{Filter}(s) = \frac{1}{1 + T_{Rn} \cdot s} = \frac{1}{1 + a^2 \cdot T_{\sigma n} \cdot s} \quad (2.66)$$

## f) digitale Regelung

zeitkontinuierlicher Regler:

$$F_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + T_n \cdot s}{T_n \cdot s} = \underbrace{V_R}_{\text{Verstärkung P-Anteil}} + \underbrace{\frac{V_R}{T_n}}_{\text{Verstärkung I-Anteil}} \cdot \frac{1}{s} \quad (2.67)$$

$$G_P(s) = V_R \quad (2.68)$$

$$G_i(s) = \frac{V_R}{T_n} \cdot \frac{1}{s} \quad (2.69)$$

⇒ muss in den z-Bereich transformiert werden:

Anwendung der Rechteckregel vorwärts:

$$s = \frac{z - 1}{t_{TR}} \quad (2.70)$$

$$G_i(z) = \frac{V_R}{T_n} \cdot \frac{t_{TR}}{z - 1} = \frac{V_R}{T_n} \cdot t_{TR} \cdot \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{Y}{U} \quad (2.71)$$

$$\Rightarrow Y \cdot (1 - z^{-1}) = \frac{V_R}{T_n} \cdot t_{TR} \cdot z^{-1} \cdot U \quad (2.72)$$

Als Folge diskreter Werte k, k-1, ... schreiben:

$$y_k - y_{k-1} = \frac{V_R}{T_n} \cdot t_{TR} \cdot u_{k-1} \quad (2.73)$$

$$\Rightarrow y_k = \frac{V_R}{T_n} \cdot t_{TR} \cdot u_{k-1} + y_{k-1} \quad (2.74)$$

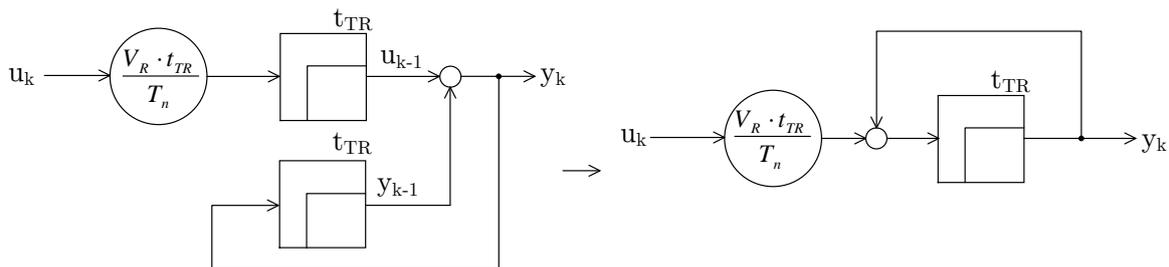


Abbildung 7: diskreter I-Anteil

Zeitdiskretes PT1-Glied:

$$F_{Filter}(s) = \frac{1}{1 + T_{Rn} \cdot s} = \frac{Y}{U} \quad (2.75)$$

Anwendung der Rechteckregel vorwärts:

$$F_{Filter}(z) = \frac{1}{1 + \frac{T_{Rn} \cdot (z-1)}{t_{TR}}} = \frac{Y}{U} \quad (2.76)$$

Umformen und als Folge schreiben:

$$y_k = \frac{t_{TR}}{T_{Rn}} \cdot u_{k-1} + \left(1 - \frac{t_{TR}}{T_{Rn}}\right) \cdot y_{k-1} \tag{2.77}$$

vereinfachtes Strukturschaltbild:

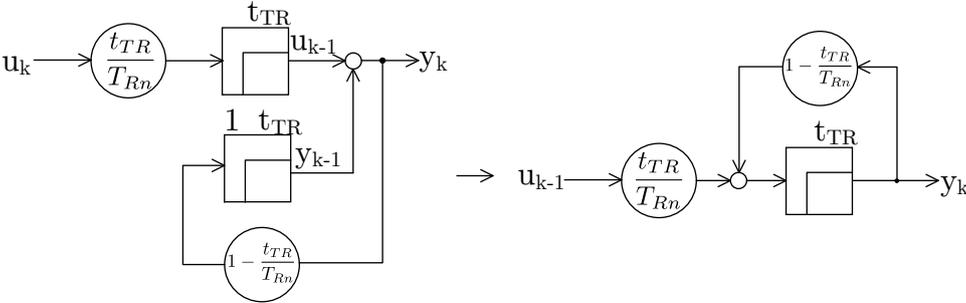


Abbildung 8: diskretes PT1-Glied

### 3 Stromeinprägung

#### a) Einzelner Strang

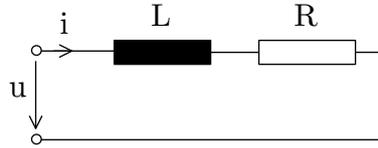


Abbildung 9: Ersatzschaltbild eines einzelnen Stranges

Übertragungsverhalten „Ausgang“  $i$  zu „Eingang“  $u$ :

$$u = R \cdot i + L \cdot \dot{i} \quad \circ \bullet \quad u = R \cdot i + L \cdot i \cdot s = R \cdot \left( 1 + \frac{L}{R} \cdot s \right) \cdot i \quad (3.1)$$

$$\rightarrow \frac{i}{u} = \underbrace{\frac{1}{R}}_K \cdot \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{L}{R}}_T \cdot s} \quad (3.2)$$

Entspricht einem PT1-Glied:

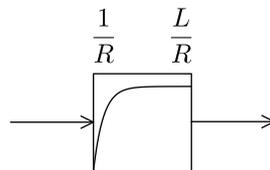


Abbildung 10: PT1-Glied der Regelstrecke

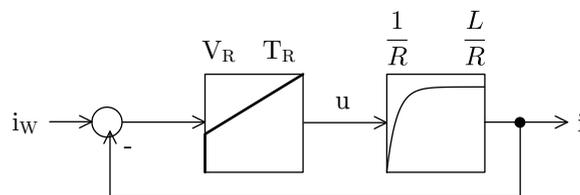


Abbildung 11: Gesamter Regelkreis inklusive Regler

Regler: PI-Regler für stationäre Genauigkeit:

$$F_R(s) = V_R \cdot \frac{T_R \cdot s + 1}{T_R \cdot s} \quad (3.3)$$

Offener Regelkreis:

$$F_O(s) = V_R \cdot \frac{T_R \cdot s + 1}{T_R \cdot s} \cdot K \cdot \frac{1}{1 + T \cdot s} \stackrel{T_R \stackrel{!}{=} T}{=} \frac{V_R \cdot K}{T_R \cdot s} \quad (3.4)$$

Kompensation der Zeitkonstante mit  $T_R = T$ :

→ Integrierendes Verhalten des offenen Kreises führt zu stationären Genauigkeit des geschlossenen Kreises ( $s \rightarrow 0$ )

$$F_G(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_O(s)}} = \frac{1}{1 + \frac{T_R}{\underbrace{V_R \cdot K}_{\text{neue Zeitkonstante } T_G}} \cdot s} \quad (3.5)$$

aus Aufgabenstellung:

$$T_G = \frac{1}{10} \cdot T \rightarrow \frac{T}{V_R \cdot \frac{1}{R}} = \frac{1}{10} \cdot T \quad (3.6)$$

$$\Rightarrow V_R = 10 \cdot R = 10 \cdot 0,17\Omega = 1,7 \frac{V}{A} \quad (3.7)$$

### b) Betrachtung einer Maschine mit drei Strängen

Regelung mit 3 Stromreglern:

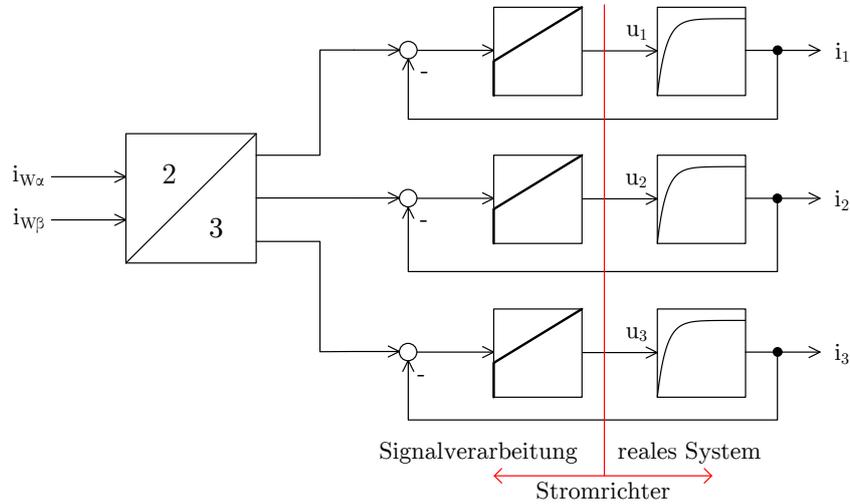


Abbildung 12: Strukturbild Maschine mit 3 Strängen

Regelung mit 2 Stromreglern:

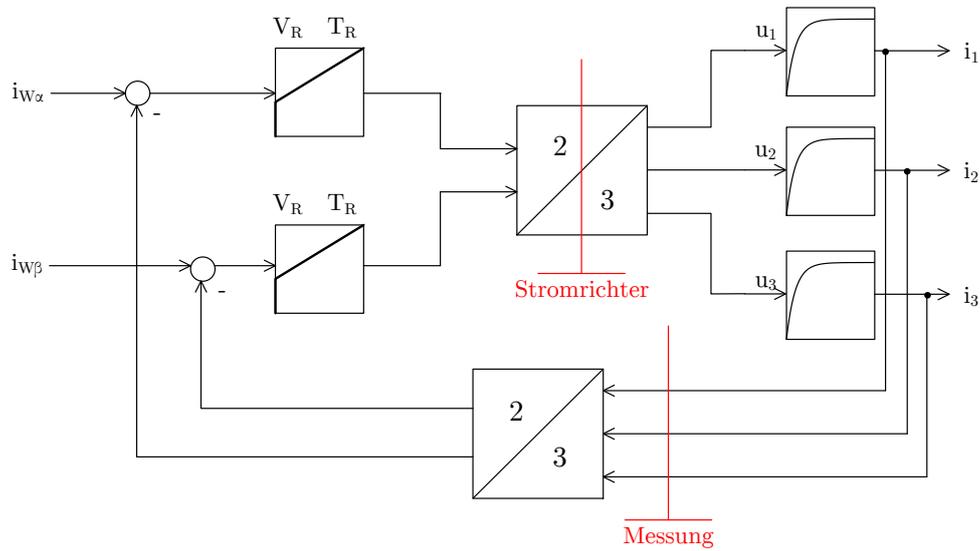


Abbildung 13: Strukturbild mit Regelung des Raumzeiger

Strecke des transformierten Systems:

$$u_x = L \cdot \frac{di_x}{dt} + R \cdot i_x \text{ für } x = 1, 2, 3 \tag{3.8}$$

$$\underline{u} = \frac{2}{3}(u_1 + \underline{a} \cdot u_2 + \underline{a}^2 \cdot u_3) \tag{3.9}$$

$$= u_\alpha + j \cdot u_\beta = L \cdot \frac{di_\alpha}{dt} + R \cdot i_\alpha + j \left( L \cdot \frac{di_\beta}{dt} + R \cdot i_\beta \right) \tag{3.10}$$

→ gleiche Streckenparameter → gleicher Regler!

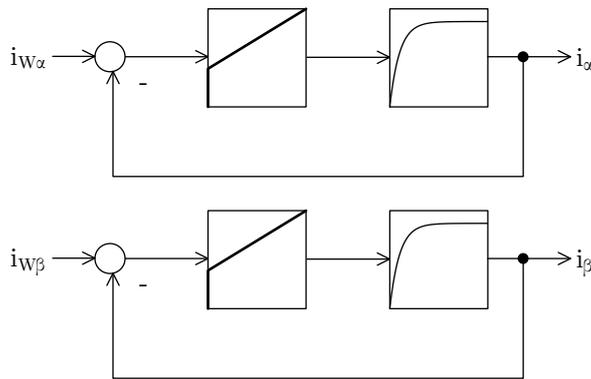


Abbildung 14: transformierter Regelkreis

### c) Drehfelderzeugung

Drehender Stromraumzeiger  $\underline{i}$  bedeutet symmetrisches Drehstromsystem  $i_1, i_2, i_3$ . Vorgabe des Raumzeigers:

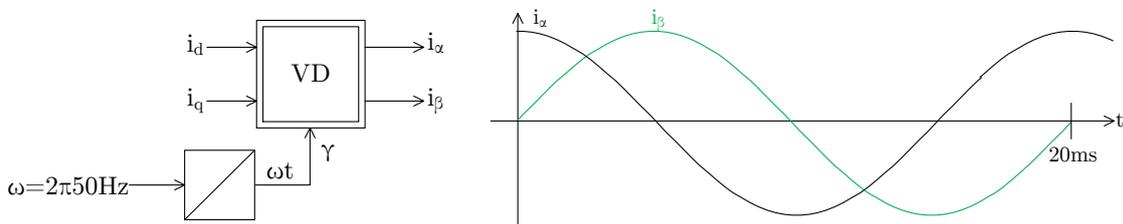


Abbildung 15: Vorgabe des Raumzeiger für symmetrisches Drehstromsystem

Abweichung der Amplitude:

Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises ist ein Tiefpass:

$$F_G(s) = \frac{1}{1 + \frac{T_R}{V_R \cdot K} \cdot s} = \frac{1}{1 + \frac{T}{10} \cdot s} \quad (3.11)$$

Im eingeschwungenen Zustand darf  $s = j\omega$  gesetzt werden. Die Amplitude ist:

$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{T}{10}\right)^2 \cdot \omega^2}} \stackrel{\omega=2\pi \cdot 50Hz}{=} 0,943 \quad (3.12)$$

Abweichung der Phase:

$$\angle F_G(j\omega) = -\arctan\left(\omega \cdot \frac{T}{10}\right) = 0,338rad = \omega \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = 1,1ms \quad (3.13)$$

$$= 0,338rad \cdot \frac{180}{\pi} = 19,4 \quad (3.14)$$

**Fazit:**

Vermeiden der Abweichung durch Regelung von Gleichgrößen im rotierenden Koordinatensystem.

**d) Ersatzschaltbild im rotierenden Bezugssystem**

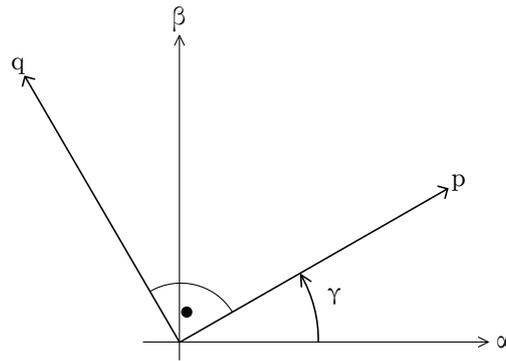
Berechnung der Strecke in pq-Koordinaten

Ausgangspunkt: Strecke im ruhendem Koordinatensystem:

$$\underline{u}_{\alpha\beta} = L \cdot \dot{i}_{\alpha\beta} + R \cdot i_{\alpha\beta} \quad (3.15)$$

Unterer Vektordreher:

$$\dot{i}_{pq} = \dot{i}_{\alpha\beta} \cdot e^{-j\gamma} \rightarrow \dot{i}_{\alpha\beta} = \dot{i}_{pq} \cdot e^{j\gamma} \quad (3.16)$$


 Abbildung 16: Transformation von  $\alpha\beta$ - in  $pq$ -Koordinatensystem

Spannungen in ruhenden Koordinaten in Abhängigkeit der im drehenden Koordinatensystem gegebenen Ströme:

$$\underline{u}_{\alpha\beta} = L \cdot \frac{d}{dt} (\underline{i}_{pq} \cdot e^{j\gamma}) + R \cdot \underline{i}_{pq} \cdot e^{j\gamma} \quad (3.17)$$

$$= (L \cdot \dot{\underline{i}}_{pq} + R \cdot \underline{i}_{pq}) \cdot e^{j\gamma} + j \cdot L \cdot \underline{i}_{pq} \dot{\gamma} \cdot e^{j\gamma} \quad (3.18)$$

Oberer Vektordreher:

$$\underline{u}_{pq} = \underline{u}_{\alpha\beta} \cdot e^{-j\gamma} = \overbrace{(L \cdot \dot{\underline{i}}_{pq} + R \cdot \underline{i}_{pq})}^{\text{erwartete Strecke}} + \overbrace{j \cdot L \cdot \underline{i}_{pq} \dot{\gamma}}^{\text{zu korrigierender Teil}} \quad (3.19)$$

Zerlegung in Real- und Imaginärteil:

$$U_p = L \cdot \dot{i}_p + R \cdot i_p - \underbrace{L \cdot i_q \cdot \dot{\gamma}}_{\text{Entkopplung}} \quad (3.20)$$

$$U_q = L \cdot \dot{i}_q + R \cdot i_q + \underbrace{L \cdot i_p \cdot \dot{\gamma}}_{\text{Entkopplung}} \quad (3.21)$$

## 4 Synchronmaschine

### a) leistungselektronische Schaltbild

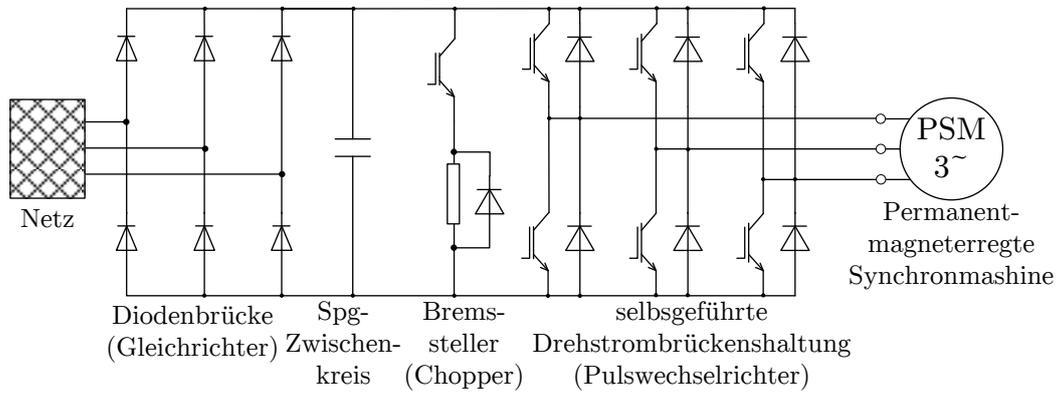


Abbildung 17: leistungselektronische Schaltbild des Antriebs

### b) regelungstechnische Blockschaltbild

Modellgleichungen der Synchronmaschine in rotororientierten Bezugssystem

$$\text{Statorspannungsgleichung: } \underline{u}_s = R_s \cdot \underline{i}_s + j \cdot \dot{\gamma} \cdot \underline{\Psi}_s + \underline{\dot{\Psi}}_s \quad (4.1)$$

Aufspaltung in Real- und Imaginärteil:

$$u_d = R_s \cdot i_d - \dot{\gamma} \cdot \Psi_q + \dot{\Psi}_d \quad (4.2)$$

$$u_q = R_s \cdot i_q + \dot{\gamma} \cdot \Psi_d + \dot{\Psi}_q \quad (4.3)$$

mit den Flussbezeichnungen:

$$\Psi_d = L'_{hd} \cdot i'_f + L_d \cdot i_d = \underbrace{\Psi_{PM}}_{\text{Permanentmagnetfluss}} + L_d \cdot i_d \quad (4.4)$$

$$\Psi_q = L_q \cdot i_q \quad (4.5)$$

einsetzen:

$$u_d = R_s \cdot i_d + \frac{d}{dt} \left( \underbrace{\Psi_{PM}}_{\stackrel{!}{=const.}} + L_d \cdot i_d \right) - \dot{\gamma} \cdot L_q \cdot i_q \quad (4.6)$$

$$(4.7)$$

$$u_d = \underbrace{R_s \cdot i_d + L_d \cdot \dot{i}_d}_{\text{Stromregler}} - \underbrace{\dot{\gamma} \cdot L_q \cdot i_q}_{\text{durch Entkopplung eliminieren}} \quad (4.8)$$

$$u_q = \underbrace{R_s \cdot i_q + L_q \cdot \dot{i}_q}_{\text{Stromregler}} + \underbrace{\dot{\gamma} \cdot L_d \cdot i_d}_{\text{durch Entkopplung eliminieren}} + \underbrace{\dot{\gamma} \cdot \Psi_{PM}}_{\text{Vorsteuerung der Gegenspg.}} \quad (4.9)$$

Momentengleichung:

$$M_i = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Im\{\underline{i}_s \cdot \underline{\Psi}_s^*\} \quad (4.10)$$

$$M_i = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Im\{(i_d + j \cdot i_q) \cdot (\Psi_{PM} + L_d \cdot i_d - j \cdot L_q \cdot i_q)\} \quad (4.11)$$

$$M_i = \frac{3}{2} \cdot p \cdot (-L_q \cdot i_d \cdot i_q + \Psi_{PM} \cdot i_q + L_d \cdot i_d \cdot i_q) \quad (4.12)$$

$$M_i = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \left( \underbrace{\Psi_{PM} \cdot i_q}_{\text{synchrones Moment}} + \underbrace{(L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q}_{\text{Reluktanzmoment}} \right) \quad (4.13)$$

hier: PSM mit Oberflächenmagneten:  $L_d = L_q$

$$M_i = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Psi_{PM} \cdot i_q \quad (4.14)$$

Permanenmagnetfluss aus Nennbetrieb bestimmen.

$$\text{gewählt: } i_d = 0, \text{ da kein Momentenbeitrag für } L_d = L_q \quad (4.15)$$

$$\Rightarrow i_q = \sqrt{2} \cdot I_{SN} \quad (4.16)$$

$$\Rightarrow \Psi_{PM} = \frac{2 \cdot M_N}{3 \cdot p \cdot \sqrt{2} \cdot I_{SN}} = 0,244Vs \quad (4.17)$$

Zeigerdiagramm ( $R_s$  vernachlässigt):

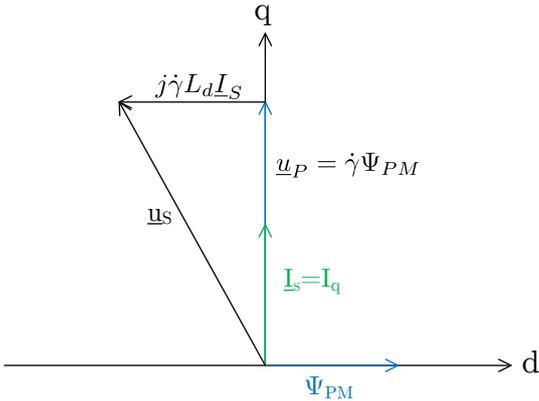


Abbildung 18: Zeigerdiagramm für  $i_d = 0$  (Oberflächenmagnete)

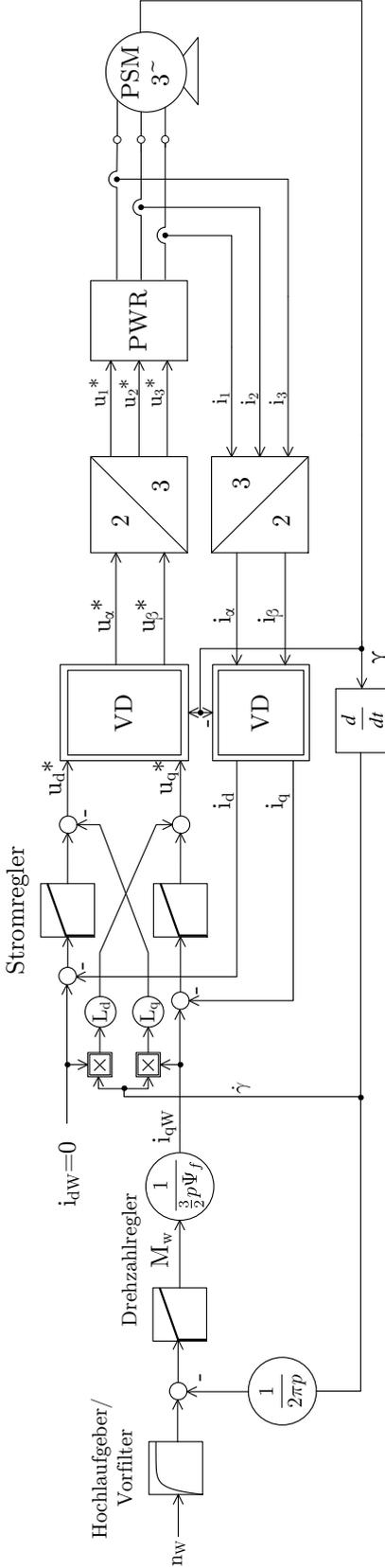


Abbildung 19: regelungstechnische Blockschaltbild

### c) Auslegung Stromregler

nach Betragsoptimum, vgl. A1

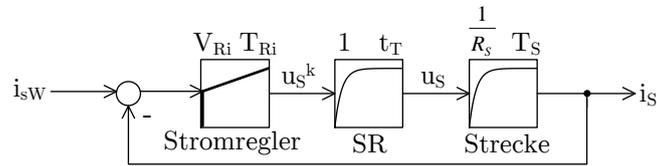


Abbildung 20: Stromregelkreis

$$\text{gesamte Totzeit: } t_T = t_{TR} + t_{TSR} = 1,5 \cdot t_{TR} = 187,5 \mu\text{s} \quad (4.18)$$

$$\text{Näherung als PT1-Glied: } G_T(s) = \frac{1}{1 + t_T \cdot s} \quad (4.19)$$

$$\text{Strecke: } G_s(s) = \frac{1}{R_s} \cdot \frac{1}{1 + T_s \cdot s} \quad \text{mit: } T_s = \frac{L_d}{R_s} = \frac{5,94 \text{mH}}{235 \text{m}\Omega} = 25,28 \text{ms} \quad (4.20)$$

$$\text{PI-Regler: } G_R(s) = V_{Ri} \cdot \frac{1 + T_{Ri} \cdot s}{T_{Ri} \cdot s} \quad (4.21)$$

offene Regelkreis:

$$F_O(s) = G_R(s) \cdot G_T(s) \cdot G_S(s) \quad (4.22)$$

$$= V_{Ri} \cdot \frac{1 + T_{Ri} \cdot s}{T_{Ri} \cdot s} \cdot \frac{1}{R_s} \cdot \frac{1}{1 + T_s \cdot s} \cdot \frac{1}{1 + t_T \cdot s} \quad (4.23)$$

Kompensation der Zeitkonstanten  $T_{Ri} = T_s$

$$\Rightarrow F_O(s) = V_{Ri} \cdot \frac{1}{T_{Ri} \cdot s} \cdot \frac{1}{R_s} \cdot \frac{1}{1 + t_T \cdot s} \quad (4.24)$$

Die Verstärkung wird so gewählt, dass der geschlossene Regelkreis die Dämpfung  $d = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}$  erhält:

$$V_{Ri} = R_s \cdot \frac{T_s}{2 \cdot t_T} = \frac{235 \text{m}\Omega \cdot 25,28 \text{ms}}{2 \cdot 187,5 \mu\text{s}} = 15,84 \frac{\text{V}}{\text{A}} \quad (4.25)$$

Ersatzzeitkonstante für die Auslegung des Drehzahlreglers:

$$T_{\sigma n} = 2 \cdot t_T = 375 \mu s \quad (4.26)$$

#### d) Auslegung des Drehzahlreglers

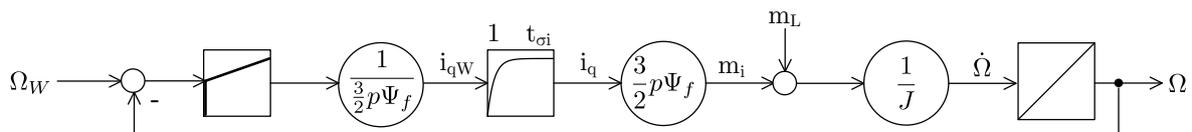


Abbildung 21: Drehzahlregelkreis

mech. System: 
$$M_i - M_L = J_M \cdot \dot{\Omega} \quad \bullet \quad \frac{\Omega}{M_i - M_L} = \frac{1}{J_M} \cdot \frac{1}{s} \quad (4.27)$$

Stellglied: 
$$F_{\sigma n} = \frac{i_q}{i_{qW}} = \frac{1}{1 + T_{\sigma n} \cdot s} \quad (4.28)$$

Regler: 
$$F_{Rn} = V_{Rn} \cdot \frac{1 + T_{Rn} \cdot s}{T_{Rn} \cdot s} \quad (4.29)$$

offener Regelkreis: 
$$F_O(s) = \frac{V_{Rn}}{T_{Rn}} \cdot \frac{1}{J_M} \cdot \frac{1 + T_{Rn} \cdot s}{1 + T_{\sigma n} \cdot s} \cdot \frac{1}{s^2} \quad (4.30)$$

Einstellungen für symmetrisches Optimum:

$$V_{Rn} = \frac{J_M}{T_{\sigma n} \cdot a} \quad a = 2 \quad (4.31)$$

$$= \frac{3,6 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2}{375 \mu s \cdot 2} = 4,8 \frac{\text{kgm}^2}{s} = 4,8 \frac{\text{Nm}}{s^{-1}} \quad (4.32)$$

$$T_{Rn} = a^2 \cdot T_{\sigma n} = 4 \cdot 375 \mu s = 1,5 \text{ ms} \quad (4.33)$$

Vorfilter:

$$F_{Filter}(s) = \frac{1}{1 + T_{Rn} \cdot s} = \frac{1}{1 + a^2 \cdot T_{\sigma n} \cdot s} \quad (4.34)$$

### e) Berechnung der Raumzeiger

Voraussetzung:  $L_d = L_q \Rightarrow i_d = 0$

Statorfluss:  $\underline{\Psi}_S = \Psi_d + j\Psi_q = \Psi_{PM} + L_d \cdot i_d + jL_q \cdot i_q$

hier:  $\underline{\Psi}_S = \Psi_{PM} + j \cdot L_q \cdot i_q$

Statorspannungsgleichung:  $\underline{u}_S = R_S \cdot \underline{i}_S + j \cdot \dot{\gamma} \cdot \underline{\Psi}_S + \dot{\underline{\Psi}}_S$

stationärer Betrieb:  $\dot{\underline{\Psi}}_S = 0$

$$\underline{u}_S = j \cdot R_S \cdot i_q + j\dot{\gamma} \cdot (\Psi_{PM} + j \cdot L_q \cdot i_q) \quad (4.35)$$

$$= -\dot{\gamma} \cdot L_q \cdot i_q + j(\dot{\gamma} \cdot \Psi_{PM} + R_S \cdot i_q) \quad (4.36)$$

Statorstrom:  $\underline{i}_S = i_d + j \cdot i_q = j \cdot i_q$

Leerlauf:

$$\underline{i}_S = 0A \quad (4.37)$$

$$\underline{\Psi}_S = 0,244Vs = \Psi_{PM} \quad (4.38)$$

$$\underline{U}_S = j \cdot 230V \quad (4.39)$$

Nennbetrieb:

$$\underline{i}_S = j\sqrt{2} \cdot I_{SN} = j \cdot 19,1A \quad (4.40)$$

$$\underline{\Psi}_S = (0,244Vs + j0,113Vs) \Rightarrow |\underline{\Psi}_S| = 0,269Vs \quad (4.41)$$

$$\underline{u}_S = (-106,9 + j \cdot 234,9)V \Rightarrow |\underline{u}_S| = 258V \quad (4.42)$$

Überlast:

$$\underline{i}_S = j \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{SN} = j \cdot 38,2A \quad (4.43)$$

$$\underline{\Psi}_S = (0,244 + j \cdot 0,227)Vs \Rightarrow |\underline{\Psi}_S| = 0,333Vs \quad (4.44)$$

$$\underline{u}_S = (-0,213,8 + j \cdot 239,3)V \Rightarrow |\underline{u}_S| = 320,9V \quad (4.45)$$

## 5 Asynchronmaschine

### a) Gleichung für feldorientierte Regelung

Reduzieren des Gleichungssystems, eliminieren von  $\underline{i}'_R$ :

$$(4) \quad \rightarrow \quad \underline{i}'_R = \frac{1}{L_h + L'_{R\sigma}} \cdot (\underline{\Psi}'_R - L_h \cdot \underline{i}_S) \quad (5.1)$$

Einsetzen in Momentenformel (5):

$$M = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_h}{L_h + L'_{R\sigma}} \Im\{\underline{i}_S(\underline{\Psi}'_R - L_h \cdot \underline{i}_S)\} \quad (5.2)$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{L_h}{L_h + L'_{R\sigma}} \Im\{\underline{i}_S \cdot \underline{\Psi}'_R - \underbrace{L_h \cdot \underline{i}_S \cdot \underline{i}_S^*}_{\text{reell}}\} \quad (5.3)$$

$$= \boxed{\frac{3}{2} \cdot \frac{L_h}{L_h + L'_{R\sigma}} \Im\{\underline{i}_S \cdot \underline{\Psi}'_R\}} \quad (5.4)$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{L_h}{L_h + L'_{R\sigma}} \Im\{(i_{sp} + j \cdot i_{sq}) \cdot (\Psi'_{Rp} - j \cdot \Psi'_{Rq})\} \quad (5.5)$$

$\underline{i}'_R$  einsetzen in Rotorspannungsgleichung:

$$(4) \text{ in } (2) \rightarrow 0 = \frac{R'_R}{L_h + L'_{R\sigma}} \cdot (\underline{\Psi}'_R - L_h \cdot \underline{i}_S) - j\dot{\gamma}_R \cdot \underline{\Psi}'_R + \dot{\underline{\Psi}}'_R \quad (5.6)$$

$$0 = -\frac{L_h \cdot R'_R}{L_h + L'_{R\sigma}} \cdot \underline{i}_S + \left( \frac{R'_R}{L_h + L'_{R\sigma}} - j \cdot \dot{\gamma}_R \right) \underline{\Psi}'_R + \dot{\underline{\Psi}}'_R \quad (5.7)$$

$$\Rightarrow \underline{i}_S = \left( \frac{1}{L_h} - j \frac{L_h + L'_{R\sigma}}{L_h \cdot R'_R} \cdot \dot{\gamma}_R \right) \cdot \underline{\Psi}'_R + \frac{L_h + L'_{R\sigma}}{L_h \cdot R'_R} \cdot \dot{\underline{\Psi}}'_R \quad (5.8)$$

Weitere Vereinfachungen durch Wahl des Bezugssystem: Rotorflussfest

$$\underline{\Psi}'_R := \Psi'_R \quad \rightarrow \quad \gamma_S = -\varphi'_S, \quad \gamma_R = -\varphi'_S + \gamma \quad (5.9)$$

Momentenformel: Nur die q-Komponente von  $\underline{i}_S$  trägt zum Moment bei (da  $\underline{\Psi}'^*_R = \underline{\Psi}'_R$ ):

$$M = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_h}{L_h + L'_{R\sigma}} \cdot i_{sq} \cdot \Psi'_R \quad (5.10)$$

Die Rotorspannungsgleichung (2) lässt sich jetzt einfach in Real- und Imaginärteil aufspalten:

Realteil:

$$i_{sp} = \frac{1}{L_h} \cdot \Psi'_R + \frac{L_h + L'_{R\sigma}}{L_h \cdot R'_R} \cdot \dot{\Psi}'_R \leftrightarrow i_{sp} = \frac{1}{L_h} \cdot \Psi'_R + \frac{L_h + L'_{R\sigma}}{L_h \cdot R'_R} \cdot \Psi'_R \cdot s \quad (5.11)$$

beschreibt ein PT1-Verzögerungsglied

$$\rightarrow G(s) = \frac{\text{Ausgang}}{\text{Eingang}} = \frac{\Psi'_R(s)}{i_{sp}(s)} = L_h \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{L_h + L'_{R\sigma}}{R'_R}}_{\tau_R} \cdot s} \quad (5.12)$$

$\tau_R =$  Rotorzeitkonstante

→ Mit  $i_{sp}$  kann man  $i'_\mu$  einstellen.

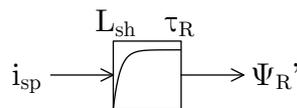


Abbildung 22: PT1-Glied Rotor

Imaginärteil:

$$i_{sq} = \frac{L_h + L'_{R\sigma}}{L_h \cdot R'_R} \cdot \underbrace{(\dot{\varphi}'_S - \dot{\gamma})}_{=-\dot{\gamma}_R} \cdot \Psi'_R \quad (5.13)$$

$$= \frac{\tau_R}{L_h} \cdot (\dot{\varphi}'_S - \dot{\gamma}) \cdot \Psi'_R = \tau_R \cdot (\dot{\varphi}'_S - \dot{\gamma}) \cdot i'_\mu \quad (5.14)$$

→ Mit  $i_{sq}$  kann man  $(\dot{\varphi}'_S - \dot{\gamma})$  einstellen.  $i'_\mu$  hat eine Zeitkonstante und kann nicht springen. Feldorientierte Steuerung

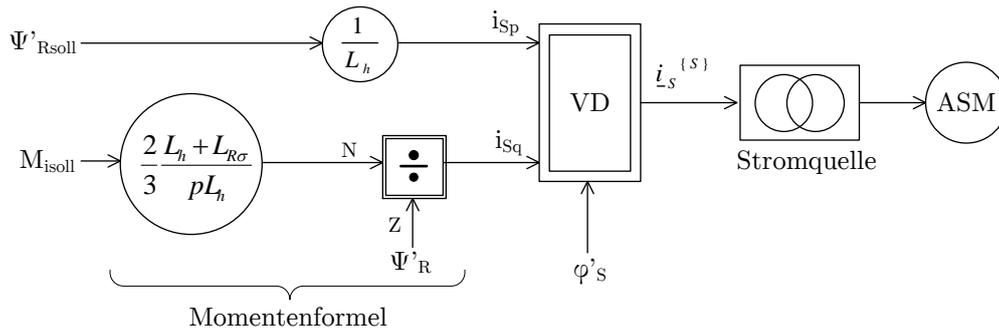


Abbildung 23: Feldorientierte Steuerung

$\Psi'_R$  und  $\varphi'_S$  wird z.B. mit Hilfe des Strommodells berechnet.

### b) Strommodell

Rotorspannungsgleichung gibt Rechenvorschrift:

$$\text{aus (4.8)} \quad \rightarrow \quad \underline{\dot{\Psi}}'_R = \frac{L_h}{\tau_R} \cdot \underline{i}_s + \left( j \cdot \dot{\gamma}_R - \frac{1}{\tau_R} \right) \cdot \underline{\Psi}'_R \quad (5.15)$$

1. Berechnung im statorfesten Bezugssystems Rechenschaltung

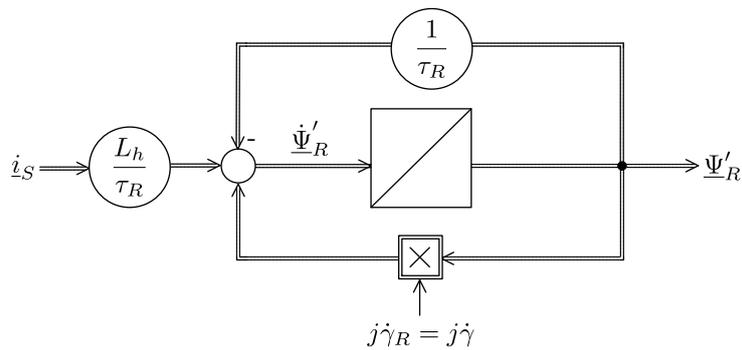


Abbildung 24: Strommodell im statorfesten Bezugssystem

$$\gamma_S = 0 \quad (5.16)$$

$$\gamma_R = \gamma \rightarrow \dot{\gamma}_R = \dot{\gamma} \quad (5.17)$$

Rotorzeitkonstante:

$$\tau_R = \frac{L_h + L'_{R\sigma}}{R'_R} = 0,25s \quad (5.18)$$

2. Berechnung des rotorfesten Bezugssystems

$$\gamma_R = 0 \quad \gamma_S = -\gamma \quad (5.19)$$

$$\Rightarrow \underline{\dot{\Psi}}'_R = \frac{L_h}{\tau_R} \cdot \underline{i}_S - \frac{1}{\tau_R} \cdot \underline{\Psi}'_R \quad (5.20)$$

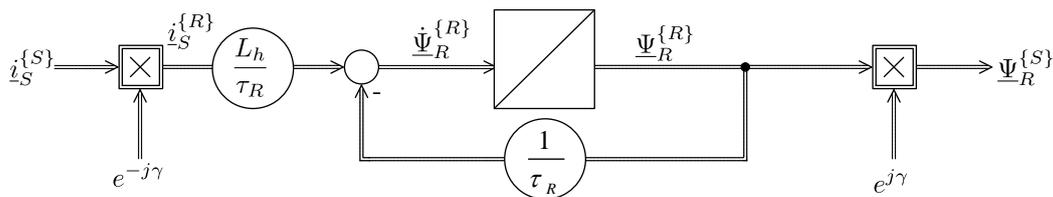


Abbildung 25: Strommodell im rotorfesten Bezugssystem

### c) Feldorientierte Steuerung im Vergleich

$\Psi'_R$  werde über  $i_{sq}$  konstant geregelt. Einsetzen von  $i_{sq}$  in die Momentenformel liefert:

$$M = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_h}{L_h + L'_{R\sigma}} \cdot \frac{\tau_R}{L_h} (\dot{\varphi}'_S - \dot{\gamma}) \cdot \Psi_R'^2 = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{1}{R'_R} \cdot \underbrace{(\dot{\varphi}'_S - \dot{\gamma})}_{\omega_R} \cdot \Psi_R'^2 \quad (5.21)$$

$$\rightarrow \omega_R = \frac{2}{3} \cdot \frac{R'_R}{p \cdot \Psi_R'^2} \cdot M \quad , \quad i_{sq} = \frac{\tau_R}{L_h} \cdot \Psi'_R \cdot \omega_R \quad (5.22)$$

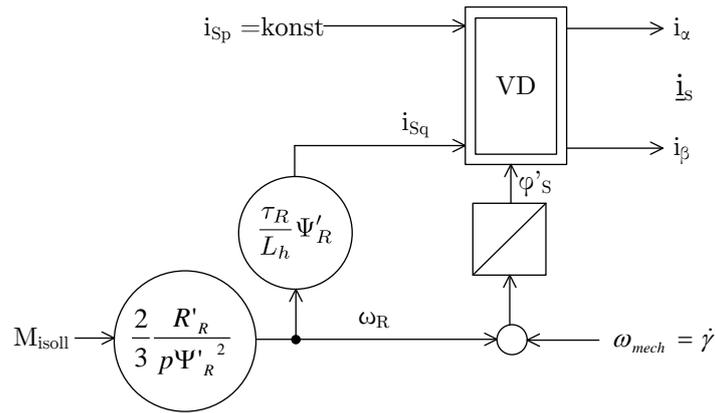


Abbildung 26: Feldorientierte Steuerung

Statorstrom Rotorfrequenzsteuerung, Kennliniensteuerung

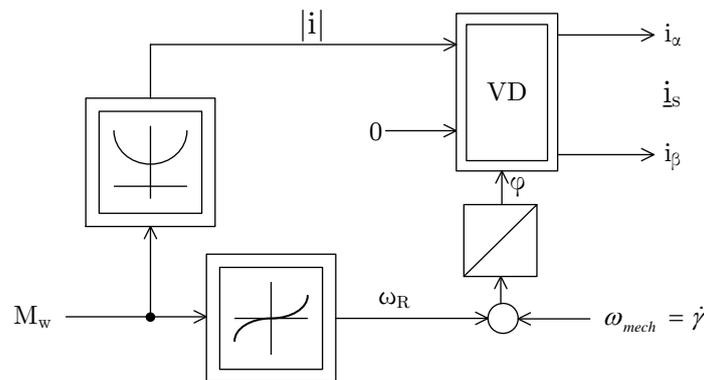


Abbildung 27: Statorstrom Rotorfrequenzsteuerung

Vergleich bei Sprung des  $M_w$ -Sollmomentes:

Feldorientierte Steuerung:  $\underline{i}_s$  ändert sich sprunghaft in Winkelgeschwindigkeit, Betrag und Winkel

Rotorfrequenzsteuerung:  $\underline{i}_s$  ändert sich sprunghaft in Geschwindigkeit und Betrag (keine sprunghafte Winkeländerung)

## 6 Rotorwinkelidentifikation einer permanentmagneterregten Synchronmaschine

### a) Bestimmung der Parameter und Systemgleichungen

$$1. \text{ Aus } \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi_d & 0 \\ 0 & \psi_q \end{pmatrix} + \omega \begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{pmatrix}$$

mit linearen Induktivitäten folgt:

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{pmatrix} + \omega \begin{pmatrix} L_q i_q \\ L_d i_d + \psi_{PM} \end{pmatrix}$$

- Der gemessene Widerstand halbiert sich dabei über zwei Phasen da nur an den Klemmen gemessen werden kann (vergleiche mit dem Ersatzschaltbild einer Sternschaltung). Es ergibt sich  $R = 235 \text{ m}\Omega$ .
- $\psi_{PM}$  aus Diagramm der gemessenen Flussverkettungen der d-Achse, die Permanentmagneterregung entspricht dem Offset bei  $i_d = 0 \text{ A}$  und beträgt  $\psi_{PM} = 0.02 \text{ V s}$ .  $L_d$  ergibt sich aus der Steigung der Flussverkettung z.B. mit den Punkten  $\psi_d(0 \text{ A}) = 0.02 \text{ V s}$  und  $\psi_d(20 \text{ A}) = 0.08 \text{ V s}$  es folgt  $L_d = \frac{\psi_d(20 \text{ A}) - \psi_d(0 \text{ A})}{(20 \text{ A} - 0 \text{ A})} = 3 \text{ mH}$ .  $L_q$  kann wie  $L_d$  berechnet werden und ergibt sich zu  $5 \text{ mH}$ .

$$\rightarrow L_d = 3 \text{ mH}, L_q = 5 \text{ mH}, \psi_{PM} = 0.02 \text{ V s}, R = 235 \text{ m}\Omega$$

### b) Voraussetzungen der Rotorlageidentifikation

- Bei hohen Drehzahlen der Maschine kann durch Messung der induzierten Spannung und entsprechenden Beobachtern oder auch Flusschätzern (o.ä. Verfahren) die Rotorlage identifiziert werden. Dies findet sich z.B. im Skriptum Regelung elektrischer Antriebe im Kapitel Geberlose Regelung am Ende.
- Im Stillstand der Maschine kann durch hochfrequente Anregungssignale im Strom oder auch der Spannung und Messung der Systemantwort die Rotorlage identifiziert werden. Bedingung hierfür ist eine Anisotropie ( $L_q \neq L_d$ ) des Rotors oder

starke Kreuzverkopplung ( $L_{dq}, L_{qd}$ ). Ausführliche Modellbildung findet sich u.a. in der Veröffentlichung: „Einsatz virtueller Prototypen bei der akausalen Modellierung und Simulation von permanenterregten Synchronmaschinen“ (im KITOPEN Katalog). Anstatt Anregungssignale sind auch alternative Möglichkeiten wie Stromsteigungsmessung, Beobachter-basierte Verfahren, etc. Stand der Forschung.

### c) Vereinfachung der Systemgleichung

$$1. \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \end{pmatrix} + \omega \begin{pmatrix} L_q i_q \\ L_d i_d + \psi_{PM} \end{pmatrix}$$

da Stillstand angenommen wird folgt  $n = 0 \text{ min}^{-1}$  und  $\omega = 0$ , der letzte Term der Gleichung verschwindet. Da der Widerstand proportional in jeder Achse ist liefert dieser keine Informationen über die Rotorlage und kann ebenfalls vernachlässigt werden. Die Gleichung, unter ausschließlicher Berücksichtigung des hochfrequenten Stromes  $i_{(dq, HF)}$ , vereinfacht sich zu:

$$\begin{pmatrix} u_{d, HF} \\ u_{q, HF} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix}}_{\substack{\text{das} \\ \text{ist} \\ \text{gesucht!}}} \begin{pmatrix} \frac{di_{d, HF}}{dt} \\ \frac{di_{q, HF}}{dt} \end{pmatrix}$$

### d) Transformation der Systemgleichung - rotorfest/statorfest

Transformieren Sie die Parameter (Induktivitäten) von rotororientierten Koordinaten zurück in statorfeste Koordinaten.

*Hinweis:*

Für die transformierte Matrix  $L_{\alpha\beta}$  gilt  $T \cdot L_{dq} \cdot T^{-1}$  wobei  $T$  der Transformationsmatrix entspricht.

- Vereinfachen Sie Ihr Ergebnis geschickt durch Additionstheoreme.

- Bestimmen sie  $T$  und  $T^{-1}$

- Für die weitere Berechnung kann angenommen werden  $\Delta L = \frac{L_d - L_q}{2}$  und  $\Sigma L = \frac{L_d + L_q}{2}$

$$1. L_{dq} = \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \text{ und } T = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ \sin(\gamma) & -\cos(\gamma) \end{pmatrix} \text{ sowie } T^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & +\sin(\gamma) \\ -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{pmatrix}$$

$$2. \text{ Mit Hinweis: } L_{\alpha\beta} = T \cdot L_{dq} \cdot T^{-1}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ \sin(\gamma) & -\cos(\gamma) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & +\sin(\gamma) \\ -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\gamma)L_d & -\sin(\gamma)L_q \\ \sin(\gamma)L_d & -\cos(\gamma)L_q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & +\sin(\gamma) \\ -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\gamma)^2 L_d + \sin(\gamma)^2 L_q & \sin(\gamma) \cos(\gamma) L_d - \sin(\gamma) \cos(\gamma) L_q \\ \sin(\gamma) \cos(\gamma) L_d - \sin(\gamma) \cos(\gamma) L_q & \cos(\gamma)^2 L_q + \sin(\gamma)^2 L_d \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Mit } \cos(x)^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x)) \text{ und } \sin(x)^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$$

$$\text{sowie } \cos(x) \sin(x) = \frac{1}{2}(\sin(x - y) + \sin(x + y)) \text{ folgt}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \cos(2\gamma))L_d + \frac{1}{2}(1 - \cos(2\gamma))L_q & \frac{1}{2} \sin(2\gamma)L_d - \frac{1}{2} \sin(2\gamma)L_q \\ \frac{1}{2} \sin(2\gamma)L_d - \frac{1}{2} \sin(2\gamma)L_q & \frac{1}{2}(1 + \cos(2\gamma))L_q + \frac{1}{2}(1 - \cos(2\gamma))L_d \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2}L_d + \frac{\cos(2\gamma)}{2}L_d + \frac{1}{2}L_q - \frac{\cos(2\gamma)}{2}L_q & \frac{1}{2} \sin(2\gamma)L_d - \frac{1}{2} \sin(2\gamma)L_q \\ \frac{1}{2} \sin(2\gamma)L_d - \frac{1}{2} \sin(2\gamma)L_q & \frac{1}{2}L_q + \frac{\cos(2\gamma)}{2}L_q + \frac{1}{2}L_d - \frac{\cos(2\gamma)}{2}L_d \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Mit Hinweis: } \Delta L = \frac{L_d - L_q}{2} \text{ und } \Sigma L = \frac{L_d + L_q}{2} \text{ folgt}$$

$$= \begin{pmatrix} \Sigma L + \Delta L \cos(2\gamma) & \Delta L \sin(2\gamma) \\ \Delta L \sin(2\gamma) & \Sigma L - \Delta L \cos(2\gamma) \end{pmatrix}$$

$$\text{Damit gilt } \begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma L + \Delta L \cos(2\gamma) & \Delta L \sin(2\gamma) \\ \Delta L \sin(2\gamma) & \Sigma L - \Delta L \cos(2\gamma) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{di_\alpha}{dt} \\ \frac{di_\beta}{dt} \end{pmatrix}$$

### e) Skizze Stromtestsignal

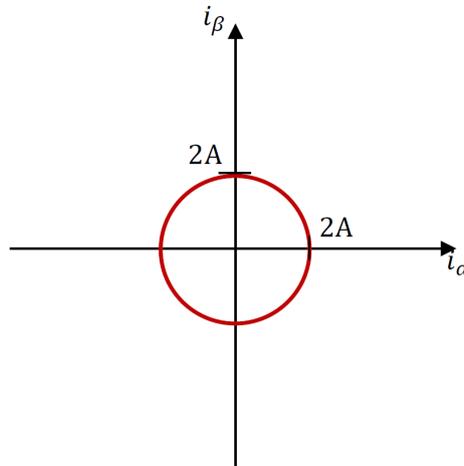


Abbildung 28: Stromanregungssignal

Der Strom  $\hat{i}_{\text{test}}$  kann in  $\alpha$  und  $\beta$  Anteile zu den jeweiligen Zeitpunkten gezeichnet werden. Der Strom beschreibt dabei einen Kreis im Koordinatensystem aufgrund der Sinus- und Cosinus Komponenten (Periodizität mit  $2\pi$ ) in den Achsen.

### f) Stromtestsignal / gemessene Spannungsellipse

Berechnung der Gleichung aus dem Ergebnis aus d) im Folgenden

$$\begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma L + \Delta L \cos(2\gamma) & \Delta L \sin(2\gamma) \\ \Delta L \sin(2\gamma) & \Sigma L - \Delta L \cos(2\gamma) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{di_\alpha}{dt} \\ \frac{di_\beta}{dt} \end{pmatrix}$$

Berechnung von  $\omega_{\text{test}} = 2\pi \frac{1}{f_{\text{test}}}$  und bilden der Ableitungen im Strom für  $(\frac{di_{\alpha\beta}}{dt})$  zur Bestimmung von  $(u_{\alpha\beta})$ . Es folgt

$$\begin{pmatrix} \frac{di_\alpha}{dt} \\ \frac{di_\beta}{dt} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \hat{i}_{\text{test}} \cdot \omega_{\text{test}} \cdot \cos(\omega_{\text{test}} t) \\ -\hat{i}_{\text{test}} \cdot \omega_{\text{test}} \cdot \sin(\omega_{\text{test}} t) \end{pmatrix}$$

mit  $\Delta L = \frac{L_d - L_q}{2} = -1 \text{ mH}$  und  $\Sigma L = \frac{L_d + L_q}{2} = 4 \text{ mH}$  sowie Einsetzen des Rotorlagewinkels von  $\gamma = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \rightarrow \sin(\frac{2\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos(\frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$  in die Matrix

$$L_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \Sigma L + \Delta L \cos(2\gamma) & \Delta L \sin(2\gamma) \\ \Delta L \sin(2\gamma) & \Sigma L - \Delta L \cos(2\gamma) \end{pmatrix} \text{ folgt}$$

$$L_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 4,5 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 3,5 \end{pmatrix} \text{ mH}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,5 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 3,5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{i}_{\text{test}} \cdot \omega_{\text{test}} \cdot \cos(\omega_{\text{test}} t) \\ -\hat{i}_{\text{test}} \cdot \omega_{\text{test}} \cdot \sin(\omega_{\text{test}} t) \end{pmatrix}$$

Spannungen zu Zeitpunkten  $t$  berechnen und eintragen der Werte in das Diagramm. Das verbinden der berechneten Punkte liefert eine Ellipse in der Spannung  $\begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix}$ .

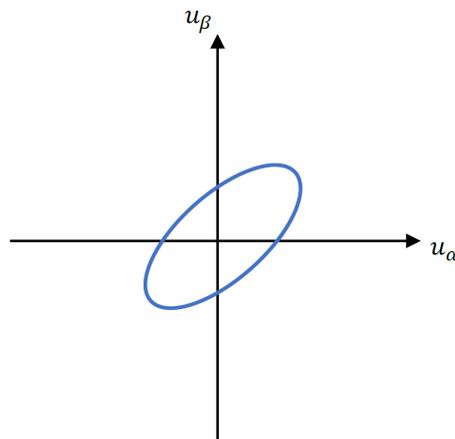


Abbildung 29: Spannungsellipse

### g) Festlegen der Rotorlage

Detektion der Ellipse bei Signalanregung durch Messung der Spannung  $u_{\alpha\beta}$  die schräge Lage der Ellipse/Verkippung definiert die d-Achse der Maschine. Jedoch gibt es eine  $\pi$ -Doppeldeutigkeit diese kann z.B. über die Sättigung (Asymmetrie positive d-Achse/negative d-Achse) bestimmt werden.

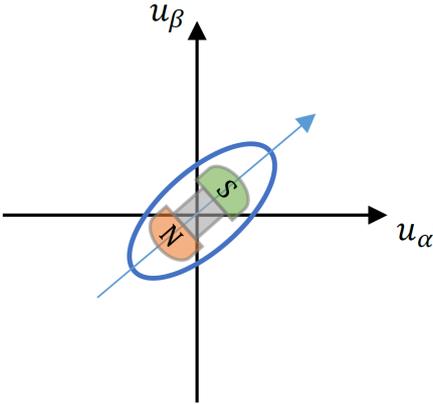


Abbildung 30: Rotorlage

## 7 Kompensationsstromwandler

a) max, Messspannung

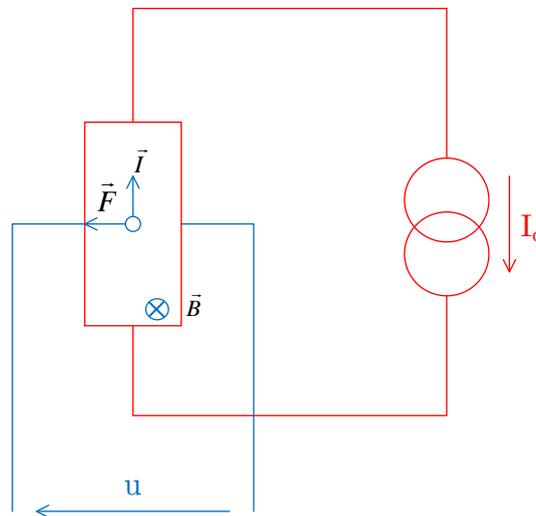


Abbildung 31: Hallsensor

Hallspannung: elektrische Spannung in einem stromdurchflossenen Leiter, der sich im Magnetfeld befindet

$$U_H = K \cdot \frac{I \cdot B}{d} \quad (7.1)$$

max. Spannung am Bürdewiderstand:

größter Bürdewiderstand bei  $T = 70C$ ,  $\pm 15V$  Spannungsversorgung:  $90\Omega$

Messtrom bei  $I_P = 70A$ :

$$I_S = \frac{I_P}{1000} = 70mA \quad (7.2)$$

$$\rightarrow \text{max. Spannung: } U_M = I_S \cdot R_M = 5,3V \quad (7.3)$$

$70A$  sollen auf  $5V$  abgebildet werden:

$$R_M = \frac{U_M \cdot 1000}{I_P} = \frac{5V \cdot 1000}{70A} = 71,4\Omega \quad (7.4)$$

**b) Versorgungsleistung bei  $I_P = 70A$** 

Datenblatt:

$$P_V = 10mA \cdot 30V + I_S \cdot 15V = 0,3W + 1,05W = 1,35W \quad (7.5)$$

Dieser hoher Leistungsbedarf bei einer Messwerterfassung ist nachteilig!

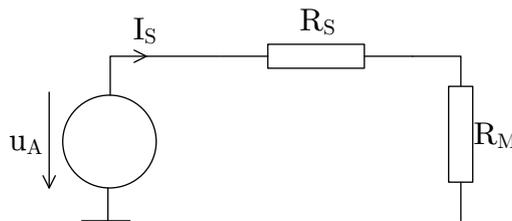
**c) Ausgangsspannung des Verstärkers**

Abbildung 32: Auswertung des Stromsensor

$$U_A = (R_S + R_M) \cdot I_S = (80\Omega + 90\Omega) \cdot 70mA = 11,9V \quad (7.6)$$

Der Verstärker kann mit dieser Spannung laut Hersteller auch am kleinsten angegebenen  $R_M$  arbeiten:  $R_{M,min} = 50\Omega$

$$\hat{I}_S = \frac{U_A}{R_S + R_{M,min}} = \frac{11,9V}{80\Omega + 50\Omega} = 91,5mA \quad \rightarrow \quad I_{P,max} = 91,5A \quad (7.7)$$

Jetzt ist allerdings nicht mehr gewährleistet, dass der Strom ohne unzulässige Erwärmung durch das kleine Loch geführt werden kann!  $90C = T_{max}$  (laut Datenblatt)

**d) relative Genauigkeit**

Nennstrom laut Datenblatt:  $I_{PN} = 50A$  DC oder AC effektiv

$$\text{Offset (kann abgeglichen werden):} \quad \frac{\pm 0,2mA}{50mA} = \pm 0,4\% \quad (7.8)$$

$$\text{Genauigkeit:} \quad = \pm 0,65\% \quad (7.9)$$

$$\text{Temperaturdrift bei } 70^{\circ}\text{C} \quad \frac{\pm 0,5mA}{50mA} = \pm 1,0\% \quad (7.10)$$

$$\text{ges. relativer Fehler:} \quad = \pm 1,65\% \quad (7.11)$$

relativer Fehler bei halben Nennstrom:

$$\text{Offset (kann abgeglichen werden):} \quad \frac{\pm 0,2mA}{25mA} = \pm 0,8\% \quad (7.12)$$

$$\text{Genauigkeit:} \quad = \pm 0,65\% \quad (7.13)$$

$$\text{Temperaturdrift bei } 70^{\circ}\text{C} \quad \frac{\pm 0,5mA}{25mA} = \pm 2,0\% \quad (7.14)$$

$$\text{ges. relativer Fehler:} \quad = \pm 2,65\% \quad (7.15)$$

⇒ rel. Genauigkeit wird schlechter bei kleineren Strömen

⇒ Wandlergröße an zu messende Ströme anpassen!

Weitere Fehlergrößen: Reststrom  $\pm 0,3mA$

$$\rightarrow \pm 0,6\% \text{ bei Nennstrom} \quad (7.16)$$

$$\rightarrow \pm 1,2\% \text{ bei halben Nennstrom} \quad (7.17)$$

mögliche Ursache: Ausfall der Versorgungsspannung, mehr als dreifacher Nennstrom → Remanenz → Offset

Abhilfe: Abklingender Wechselstrom bei abgeschalteten Stromversorgung und offenen Messkreis zur Entmagnetisierung.

## 8 Resolver

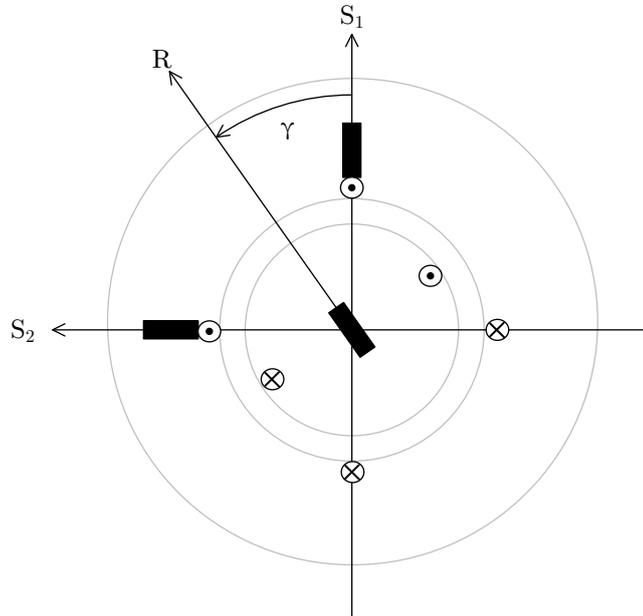


Abbildung 33: Schnittbild Resolver

Resolver als Beispiel des Zweispulenmodells 2 um  $90^\circ$  versetzt angeordnete Statorspulen, die mit der Rotorwicklung ein Drehtransformator bilden.  $\Rightarrow$  Übertragung des Modulationssignals über Ringkerntransformator.

hochfrequ. Modulationssignal eingespeist über Ringkerntransformator

$$i_R = \sqrt{2} \cdot I_R \cdot \cos(\omega t) \quad (8.1)$$

$$L_{S1R} = L_{SR} \cdot \cos(\gamma) \quad |\gamma = \gamma(t) \quad (8.2)$$

$$L_{S2R} = L_{SR} \cdot \sin(\gamma) \quad |\gamma = \gamma(t) \quad (8.3)$$

$$U_{S1} = \frac{d}{dt} (L_{S1R} \cdot i_R) = \dot{\Psi}_1 = L_{S1R} \cdot \dot{i}_R + \dot{L}_{S1R} \cdot i_R \quad (8.4)$$

$$U_{S2} = \frac{d}{dt} (L_{S2R} \cdot i_R) = \dot{\Psi}_2 \quad (8.5)$$

$$U_{S1} = \frac{d}{dt} \left( L_{SR} \cdot \cos(\gamma) \cdot \sqrt{2} \cdot I_R \cdot \cos(\omega t) \right) \quad (8.6)$$

$$U_{S1} = \underbrace{L_{SR} \cdot \cos(\gamma)}_{L_{S1R}} \cdot \underbrace{\left(-\omega\sqrt{2} \cdot I_R \cdot \sin(\omega t)\right)}_{\dot{i}_R} - \underbrace{\dot{\gamma} \cdot L_{SR} \sin(\gamma)}_{\dot{L}_{S1R}} \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot I_R \cdot \cos(\omega t)}_{i_R} \quad (8.7)$$

$$U_{S2} = \underbrace{L_{SR} \cdot \sin(\gamma)}_{L_{S2R}} \cdot \underbrace{\left(-\omega\sqrt{2} \cdot I_R \cdot \sin(\omega t)\right)}_{\dot{i}_R} + \underbrace{\dot{\gamma} \cdot L_{SR} \cos(\gamma)}_{\dot{L}_{S1R}} \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot I_R \cdot \cos(\omega t)}_{i_R} \quad (8.8)$$

$\omega \gg \dot{\gamma}$  Modulationsfrequenz  $\omega$  ist sehr viel größer als Drehzahl  $\dot{\gamma}$

$$U_{S1} \approx -\omega \cdot L_{SR} \cdot \sqrt{2} \cdot I_R \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(\gamma) = k \cdot \hat{U} \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(\gamma) \quad (8.9)$$

$$U_{S2} \approx -\omega \cdot L_{SR} \cdot \sqrt{2} \cdot I_R \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\gamma) = k \cdot \hat{U} \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\gamma) \quad (8.10)$$

### Resolverauswertung

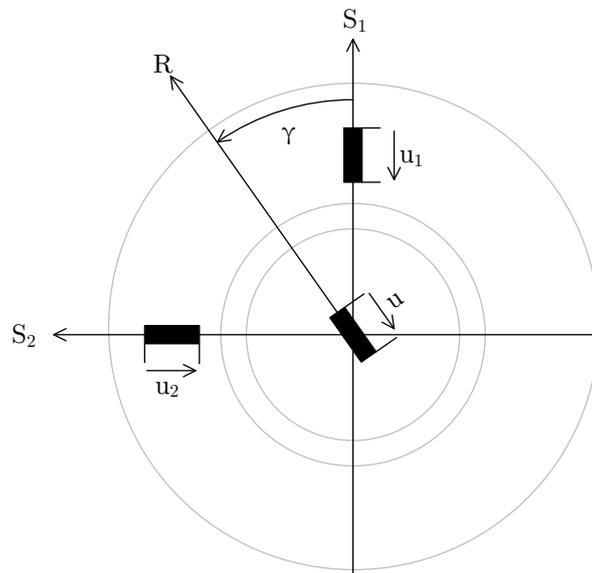


Abbildung 34: Resolverauswertung

Resolver dient zur Ermittlung der absoluten Lage der Motorwelle innerhalb einer Umdrehung. Daraus kann dann die Drehzahl abgeleitet werden sowie ggf. Drehrichtung und Lagesignal.

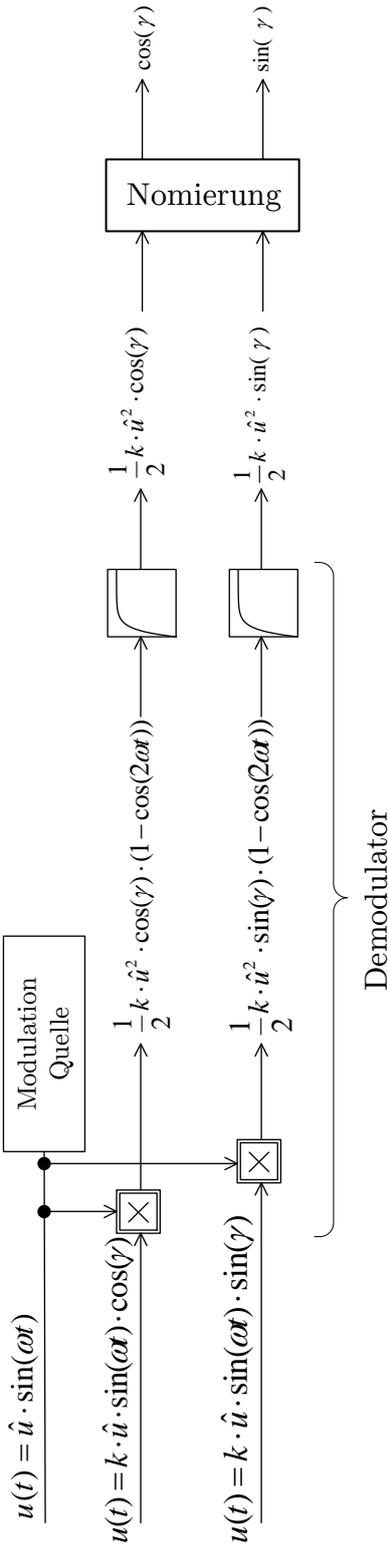


Abbildung 35: Signalflussplan